- a view of the intertwining of mathematical thought and culture in human society;
- a more profound technical comprehension;
- a sense of the peculiar life of each mathematical theory.

The second part of the paper was devoted to substantiating these affirmations by exploring a case study, the field relative to the differentiation of integrals, from which many interesting lessons can be learned.

LE CALCUL INFINITÉSIMAL

Bernard R. Hodgson

Université Laval, Québec [CAN]

Les *infinitésimaux* ont connu un sort variable au fil des âges, tantôt utilisés avec profit par un Archimède, un Leibniz ou un Euler en raison des simplifications conceptuelles et techniques qu'ils introduisent, tantôt bannis par un Berkeley ou un Russell parce que non rigoureux, voire incohérents. Il y a un peu plus de trente ans, Abraham Robinson a découvert comment certains outils de la logique mathématique permettent de construire un corps de nombres *hyperréels* grâce auquel le calcul différentiel et intégral peut être développé de façon rigoureuse dans un contexte infinitésimal : cette légitimation *a posteriori* permet au mathématicien d'aujourd'hui de revenir en toute sérénité aux méthodes si fécondes faisant intervenir explicitement l'infiniment grand et l'infiniment petit.

Quoique fructueuses dans leurs applications en recherche, les méthodes de l'analyse non standard n'ont peut-être pas eu, sur le plan pédagogique, l'impact que certains prévoyaient. Diverses expériences sont cependant en cours actuellement, visant à renouveler l'enseignement de base en analyse par l'approche infinitésimale. Les fondements de ce *calcul infinitésimal* moderne reposent sur une introduction axiomatique de nombres infiniment petits (et infiniment grands), de façon à en permettre la présentation à un stade élémentaire en évitant les difficultés techniques reliées à une construction formelle (modèles non standard, ultraproduits). Il convient de distinguer ici deux variantes de ce calcul infinitésimal.

Dans l'approche de Keisler (*Elementary Calculus : An Infinitesimal Approach*), les hyperréels sont introduits, à l'aide de quelques axiomes appropriés, en tant qu'extension du corps des réels. Cette vision est très près du modèle de Robinson et a été utilisée fructueusement depuis plus de quinze ans dans divers contextes pédagogiques pour un enseignement complet du calcul. Une approche plus récente repose sur l'axiomatique IST (*Internal Set Theory*) de Nelson, qui diffère de la précédente par la présence, au sein même des ensembles de nombres habituels (**N**, **R**), de nombres « idéaux » non distinguables, avant IST, des nombres « standard ». Cette dernière approche fait actuellement l'objet d'une activité importante, en particulier en France, et suscite une littérature abondante. Elle fournit un cadre propice pour l'élaboration d'une théorie de différenciation des *ordres de grandeur*.

Diverses raisons peuvent être avancées pour tenter d'expliquer l'impact pédagogique apparemment restreint du calcul infinitésimal jusqu'ici (préoccupations informatiques, inertie, obstacles philosophiques ou didactiques). Mais il semble clair que l'enseignement de l'analyse change, et certains des points de vue véhiculés dans une approche infinitésimale y sont sans doute pour quelque chose.

COMPUTER-BASED MICROWORLDS: A RADICAL VISION OR A TROJAN MOUSE?

Celia Hoyles

University of London [GBR]

In the talk I discussed the following questions:

- What is the potential of computer-based microworlds for mathematics learning?
- Why are mathematics educators interested in the design and development of microworlds?
- Is there a mismatch between theory and practice, between aspiration and implementation, and if so why?

When we started working in Logo mathematics in the early 80s, we held as our goal the evolution of a mathematical culture, a change in the relationship between teachers, pupils and mathematics. I discussed how the